

Zbiory

Zadania

1. Wypisz elementy zbioru:

A - zbiór naturalnych dzielników liczby 10

B - zbiór kwadratów liczb: 0, 1, -3 , $\sqrt{13}$, 8, 11

C - zbiór liczb przeciwnych do liczb należących do zbioru $\{-5, \sqrt{2}, 0, 1, \pi\}$

D - zbiór odwrotności liczb należących do zbioru $\{-1, -\frac{1}{2}, 1\frac{2}{3}, \sqrt{7}, \frac{4}{13}\}$

2. Wypisz elementy zbioru opisanego w następujący sposób:

A - zbiór liczb mających postać $3n$, gdzie $n \in \{0, 1, 2, 4\}$

B - zbiór liczb mających postać $5k$, gdzie $k \in \{\dots, -2, -1, 0, 1\}$

3. Wypisz wszystkie podzbiory zbioru:

a) $A = \{a\}$

b) $B = \{a, b\}$

c) $C = \{a, b, c\}$

4. Ustal, które z poniższych wypowiedzi są, a które fałszywe. Odpowiedź uzasadnij.

a) Każda liczba naturalna jest liczbą całkowitą.

b) Każda liczba naturalna jest liczbą wymierną.

c) Każda liczba wymierna jest liczbą całkowitą.

d) Istnieje liczba wymierna, która jest liczbą całkowitą.

e) Istnieje liczba rzeczywista ujemna, która jest liczbą niewymierną.

f) Istnieje liczba wymierna, która nie jest liczbą całkowitą.

Zadanie domowe: podręcznik zad. 1,2,3,4 str. 64

Zapis symboliczny zbiorów. Działania na zbiorach.

Zadania

5. Wyznacz zbiory $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$, jeśli:

- a) $A = \{6, 5, 4, 3, 1\}, B = \{1, 2, 3\}$
- b) $A = \{10, 20, 30, \dots, 90\}, B = \{5, 10, 15, \dots, 95\}$
- c) $A = \{1, 3, 5, \dots, 99\}, B = \{2, 4, \dots, 100\}$
- d) $A = \{0, 1, 2, \dots, 9\}, B = \{0, 5, 10, 15\}$

6. Zapisz symbolicznie zbiory opisane w następujący sposób:

A - zbiór naturalnych wielokrotności liczby 3

B - zbiór liczb, których kwadrat wynosi 16

C - zbiór odwrotności naturalnych wielokrotności liczby 5

E - zbiór potęg liczby 7 o wykładniku naturalnym

7. Dane są zbiory $A = \{x : x = 2n \text{ i } n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}, B = \{x : x = 3m \text{ i } m \in \{1, 2, 3, 4\}\}$. Wyznacz zbiory $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$.

8. Dane są zbiory $A = \{x : x = 2k + 1 \text{ i } k \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}\}, B = \{x : x = 3n - 2 \text{ i } n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}\}$. Wyznacz zbiory $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$.

9. Niech zbiór $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ będzie przestrzenią. Wyznacz zbiory $A', B', A' \cup B', (A \cup B)', A' \cap B', (A \cap B)'$, jeśli $A \subset U, B \subset U$ oraz:

- a) A - zbiór naturalnych dzielników liczby 8, B - zbiór naturalnych dzielników liczby 6
- b) A - zbiór liczb mniejszych od 5, B - zbiór liczb nie większych niż 7
- c) A - zbiór kwadratów takich liczb z przestrzeni U , które są nie większe od 3, B - zbiór liczb pierwszych

10. Zbiór A ma 11 elementów, zbiór B ma 10 elementów, zaś suma $A \cup B$ jest zbiorem 14-elementowym. Ile elementów należy do zbioru $A \cap B$?

11. Do sumy zbiorów A i B należy 9 elementów, do części wspólnej A i B należą 4 elementy, natomiast zbiór $B \setminus A$ ma 3 elementy. Po ile elementów mają zbiory A i B ?

12. Wypisz elementy zbioru A , jeśli:

- a) $A = \{x : x \in \mathbb{N} \text{ i } x < 5\}$
- b) $A = \{x : x \in \mathbb{N}_+ \text{ i } x \leq 7\}$
- c) $A = \{x : x \in \mathbb{C} \text{ i } x \geq -3\}$
- d) $A = \{x : x \in \mathbb{C}_- \text{ i } x > -8\}$
- e) $A = \{x : x \in \mathbb{C} \text{ i } x < -1, 5\}$
- f) $A = \{x : x \in \mathbb{C} \text{ i } -2 \leq x < 3\}$

13. Wypisz elementy zbioru A , jeśli:

a) $A = \{x : x = \frac{1}{n} \text{ i } n \in \mathbb{N}_+\}$

b) $A = \{x : x = 2^n \text{ i } n \in \mathbb{N}_+\}$

c) $A = \{x : x = 4k \text{ i } k \in \mathbb{C}\}$

d) $A = \{x : x = 3k \text{ i } k \in \mathbb{C}_-\}$

e) $A = \{x : x = n^2 \text{ i } n \in \mathbb{N}\}$

f) $A = \{x : x = k^3 \text{ i } k \in \mathbb{C}_+\}$

Zadanie domowe: podręcznik zad. 1,2,3,4 str. 68

Przedziały

Zadania

14. Zaznacz na osi liczbowej podany zbiór. Następnie podaj przykład liczby wymiernej oraz przykład liczby niewymiernej, które należą do danego zbioru.

- | | |
|---|---|
| a) $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ i } x > 3\}$ | b) $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ i } x \leq 0, 5\}$ |
| c) $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ i } x < -1, 3\}$ | d) $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ i } x \geq 7, 25\}$ |
| e) $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ i } x \leq -10\}$ | f) $A = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ i } x > 20\}$ |

15. Zaznacz na osi liczbowej przedziały:

- | | | |
|----------------------------|-------------------|-------------------|
| a) $\langle 1, 3 \rangle$ | b) $(-3, 2)$ | c) $(0, 4)$ |
| d) $\langle -1, 1 \rangle$ | e) $(-\infty, 2)$ | f) $(3, +\infty)$ |

16. Uzupełnij zapisy według wzoru:

- | | |
|---|--|
| 1) $x \in (-\infty, 5)$ wtedy, gdy $x < 5$ | 2) $x \in \langle -1, 5 \rangle$ wtedy, gdy $-1 \leq x \leq 5$ |
| a) $x \in \langle -4, 1 \rangle$ wtedy, gdy ... | b) $x \in (-\infty, 0)$ wtedy, gdy ... |
| c) $x \in (2, 7)$ wtedy, gdy ... | d) $x \in (-3, -2)$ wtedy, gdy ... |
| e) $x \in \langle \sqrt{2}, +\infty \rangle$ wtedy, gdy ... | f) $x \in \langle -\pi, 2\pi \rangle$ wtedy, gdy ... |

17. Wypisz:

- a) wszystkie liczby całkowite, należące do przedziału $(-2, 7)$
- b) wszystkie liczby naturalne, należące do przedziału $(-3, 3)$
- c) najmniejszą liczbę naturalną, która należy do przedziału $(10, 100)$
- d) największą liczbę naturalną, która należy do przedziału $\langle \frac{1}{2}, 789\frac{1}{3} \rangle$
- e) największą liczbę całkowitą, która **nie należy** do przedziału $(-5, +\infty)$
- f) najmniejszą liczbę całkowitą, która jest większa od wszystkich liczb należących do przedziału $\langle -100, -23\frac{5}{6} \rangle$

18. Zaznacz na osi liczbowej zbiory A i B , a następnie wyznacz zbiory $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, jeśli:

- | | |
|---|---|
| a) $A = (-1, 4)$, $B = \langle 2, 5 \rangle$ | b) $A = (-2, 1)$, $B = \langle 1, 4 \rangle$ |
| c) $A = (-\infty, 6)$, $B = (4, 7)$ | d) $A = (2, +\infty)$, $B = (-\infty, 3)$ |

19. Zaznacz na osi liczbowej zbiory A i B , a następnie wyznacz zbiory $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$, jeśli:

- a) $A = (-1, 1) \cup (3, 6), B = (0, 2)$
- b) $A = (-2, 1), B = (-4, -1) \cup (0, 3)$
- c) $A = (-3, 0) \cup (5, 7), B = (-4, -2) \cup (3, 6)$
- d) $A = (-1, 1) \cup (2, 4), B = (-2, 0) \cup (3, 5)$

20. Zaznacz na osi liczbowej zbiór A , a następnie wyznacz zbiór A' , jeśli:

- a) $A = (-3, 3)$
- b) $A = (-1, 2)$
- c) $A = (-2, 4)$
- d) $A = (-\infty, 4)$
- e) $A = (-5, +\infty)$
- f) $A = (-1, 2) \cup (4, 5)$

21. Zapisz dany zbiór za pomocą przedziału lub sumy przedziałów:

- a) $\mathbb{R} \setminus (3, +\infty)$
- b) $\mathbb{R} \setminus (-\infty, 7)$
- c) $\mathbb{R} \setminus (-1, 1)$
- d) $\mathbb{R} \setminus (-5, 0)$
- e) $\mathbb{R} \setminus \{4\}$
- f) $\mathbb{R} \setminus \{-8, 0\}$
- g) $\mathbb{R} \setminus \{1, 2, 3\}$
- h) $\mathbb{R} \setminus (-3, 4)$

22. Wyznacz część wspólną zbiorów:

- a) $\mathbb{N} \cap (-1, 4)$
- b) $\mathbb{C} \cap (-3, 3)$
- c) $\mathbb{C} \cap (-6, -2)$
- d) $\langle -4\frac{1}{3}, 0 \rangle \cap \mathbb{C}$
- e) $(-50, 3) \cap \mathbb{C}$
- f) $\langle -1, +\infty \rangle \cap \mathbb{N}_+$

Zadanie domowe: podręcznik zad. 1,3,5,6 str. 76

Nierówności

Zadania

RÓWNANIA - PRZYPOMNIENIE

23. Rozwiąż podane równanie.

a) $5 + \frac{1-x}{2} = 2(x-1)$

b) $-2(x-1) - 3(2-x) = 0$

24. Ustal, ile rozwiązań ma podane równanie.

a) $7 - 2(x+9) = \frac{5-8x}{4} - 12,25$

b) $3(3x-1) = \frac{3}{2} \left(6x + \frac{2}{3}\right)$

c) $0,2x + 0,3 = 0,4x - 0,5$

25. Przekształć wzór tak, aby wyznaczyć wskazaną wielkość.

a) $L = 2a + 2b + c, \quad a$

b) $5x = \frac{y}{w}, \quad w$

c) $P_c = 2P_p + P_b, \quad P_p$

d) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad d$

e) $\frac{F_1}{d} + \frac{F_2}{f} = 1, \quad f$

f) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \quad b$

NIERÓWNOŚCI

26. Rozwiąż nierówność i zaznacz zbiór rozwiązań tej nierówności na osi liczbowej:

a) $-3x + 7 < -2$

b) $x - 9 \geq 3x$

c) $\frac{x}{4} - 1 \leq \frac{x}{2}$

d) $-4(x+5) > 3x - 6$

27. Rozwiąż nierówności:

a) $(8x-10) : (-5) \geq 13 - 0,5x$

b) $(3x-10) \cdot (-0,5) \leq 1,5 \cdot (2x+8)$

c) $(2x+5)(-3) < 2(1-3x)$

d) $(x-5) : (-6) \geq (x+2) : (-3)$

28. Rozwiąż nierówności podwójne:

a) $-x + 6 \leq 2x \leq 3x + 1$

b) $2 - x \leq 2x + 1 < -x - 5$

c) $5x - 6 \leq -3x + 2 \leq x - 2$

d) $-3 + 3x < 2x - 5 \leq x$

29. Rozwiąż nierówności:

- a) $-1\frac{2}{3}(x+6) \geq \frac{1}{6}(x+3) + 0,5$ b) $\frac{x-5}{7} < \frac{3x+2}{21}$
c) $\frac{x+2}{3} - \frac{x+4}{4} > \frac{x+1}{12}$ d) $\frac{4-x}{5} - \frac{x+2}{3} \geq \frac{2-8x}{15}$
e) $\frac{x-5}{2} - \frac{3-x}{6} \leq \frac{x+4}{3}$

30. Rozwiąż nierówności i zapisz zbiór rozwiązań za pomocą przedziału:

- a) $\frac{x-\frac{3-2x}{2}}{5} > 2$ b) $\frac{\frac{x-2,6}{3}-2x}{4} \geq \frac{x+2}{5}$

31. Rozwiąż nierówności:

- a) $(2-\sqrt{2})x > \sqrt{2}$ b) $(2-\sqrt{5})x \geq \sqrt{5}-2$
c) $3x-3\sqrt{3}x \leq 6$ d) $6+x\sqrt{7} < 3x+2\sqrt{7}$

32. Podaj przykład liczby:

- a) ujemnej, spełniającej nierówność: $x^2 > 25$
b) dodatniej, spełniającej nierówność: $\frac{2}{x} > 2$
c) ujemnej, spełniającej nierówność: $\frac{-3}{x} > 1$
d) będącej rozwiązaniem nierówności: $\frac{1}{x+2} > 1$
e) będącej rozwiązaniem nierówności: $\frac{-2}{x+1} > 3$
f) będącej rozwiązaniem nierówności: $\frac{-3}{4-x} > 2$

ZADANIA MATURALNE

33. Rozwiąż nierówność i zaznacz zbiór rozwiązań tej nierówności na osi liczbowej:

- a) $3-x > \frac{5x-1}{2}$ b) $3-2(1-2x) \geq 2x-17$
c) $8-\frac{1-2x}{2} \geq 3x$ d) $\frac{3(6-x)}{17} \leq 3$
e) $1-\frac{3}{2}x < \frac{2}{3}-x$ f) $\frac{3x-5}{12} < \frac{1}{3}$
g) $-2(x+3) \leq \frac{2-x}{3}$ h) $\frac{8x-3}{4} > 6x$
i) $\frac{2}{5}-\frac{x}{3} > \frac{x}{5}$ j) $5-\frac{2-6x}{4} \geq 2x+1$
k) $\frac{2-x}{2}-2x \geq 1$ l) $\frac{5(4-x)}{2} < 2$
m) $\frac{1}{6}-x \geq \frac{2}{3}x+4$ n) $3(1-x) > 2(3x-1)-12x$
o) $\frac{1-2x}{2} > \frac{1}{3}$ p) $0 < 7-3x \leq 5x-3$

Zadanie domowe: podręcznik zad. 8,9,10 str. 80

Działania na wyrażeniach algebraicznych

Zadania

WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE - PRZYPOMNIENIE

34. Oblicz wartość wyrażenia dla podanego x .

a) $2x^2 - 2x$ dla $x = -1$

b) $2 - 2a^2$ dla $a = -3$

35. Zapisz w postaci sumy algebraicznej (tzn. sprowadź podane wyrażenie do najprostszej postaci).

a) $2(a - 2b) - (a - b)(2 - b) + b^2$

b) $\frac{1}{2}(2 - 2a^2)$

c) $x(x + 4) - 3(2x - 5)$

MNOŻENIE PRZEZ JEDNOMIAN

36. Wykonaj mnożenie.

a) $(-1) \cdot [5x - (2x - 1)]$

b) $(-1) \cdot [7m^2 - 2x - (m^2 - 3m)]$

c) $-2x^4(2x^2 - 4x + 1)$

d) $-2x^3(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2)$

e) $\sqrt{2}x^4(\sqrt{8}xy + y^2)$

f) $3xy^2(-2x^2y - 2x + y^2)$

g) $-\frac{1}{2}x^2(4x^2y - 2xy^2)$

h) $2\sqrt{3}xy^3(\sqrt{3}x^2y^2 - \frac{1}{2}x^3y)$

a) $\frac{8-8\sqrt{2x+4x^2}}{4}$ b) $\frac{9x-\sqrt{3x^2}}{\sqrt{3x}}$
c) $(-12x^2+8x):(-4x)$ d) $(-10x^3+5x^2-20x):(5x)$
e) $(-4x^2+12x^3y^2-16x^4y^3):(-4x^2)$ f) $(8a^3b^3+6a^2b^2):(2a^2b)$

- $8 \cdot \left(\frac{3}{4}x - 1\right) + (-15x^2 + 5x) : (-5x) - (-3x + 2) \cdot (-1) \quad x = \frac{1}{3}$
- $-4 \cdot \left(\frac{1}{4}x - \frac{5}{8}\right) + (16x^2 - 8x) : (-4x) + (-1) \cdot (2 + x) \quad x = 1, 5$
- $-2(3 - a - a^2) + 5(1 + a - 2a^2) - (9a^3 - 12a^2 - 3a) : (-3a) \quad a = -0, 2$
- $(12a^4b^4 - 9a^2b^3) : (-3a^2b) - (2 + 3a^2b) \cdot b^2 \quad a = -1, b = -2$

a) $(8x - \frac{1}{2}y)(6x + 2y)$
 b) $(-y^2 - 1)(9 - 4y^2)$
 c) $(\frac{5}{2}x - 6)(-2x^2 + 1)$
 d) $-3(\frac{1}{3} + \frac{5}{6}b)(2b - 6)$
 e) $\frac{2}{3}(x + \frac{3}{7})(7x - 15)$
 f) $\sqrt{2}(y - \sqrt{2})(y + \sqrt{8})$
 g) $(\sqrt{3} - b)(2b + 1)$
 h) $(1 + y - 3x)(y + x)$
 i) $(3x + 2y + 1)(2x - y)$
 j) $(4y - 3x)(4 + 3y + 5x)$

- $(a+3)(a-4) + (a-3)(a+4)$
- $(x-y)(2x+3y) + (x+2y)(-x+5y)$
- $(x+y+1)(2x-y) + (-1)(x-1)(2x+3y)$
- $3 - (2+3x)(4x-9) + (5-x)2x$
- $3y^2 - 2x(x+2y) - (x-y)(2x+y)$
- $2x^2 + 3(x(x+2) - x(x-3))$

Zadanie domowe: podręcznik zad. 10,11,12 str. 84